

Αναπαράσταση και Κωδικοποίηση Πληροφορίας (Μέρος 1^ο)

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....	1
1. ΔΕΔΟΜΕΝΑ – ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ (ΑΝΑΛΟΓΙΚΗ, ΨΗΦΙΑΚΗ).....	1
2. ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ	2
2.1. ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ASCII.....	4
2.2. ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ UNICODE.....	5
3. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΣΗΣ – ΤΟ ΔΕΚΑΔΙΚΟ	6
4. ΤΟ ΔΥΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΡΙΘΜΗΣΗΣ (ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΣΤΟ ΔΕΚΑΔΙΚΟ)	6
4.1. ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΑΠΟ ΤΟ ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΣΤΟ ΔΥΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΡΙΘΜΗΣΗΣ	7
5. ΔΕΚΑΕΞΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΡΙΘΜΗΣΗΣ.....	9
5.1. ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΑΠΟ ΤΟ ΔΕΚΑΕΞΑΔΙΚΟ ΣΤΟ ΔΥΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΡΙΘΜΗΣΗΣ	10
5.2. ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΑΠΟ ΤΟ ΔΥΑΔΙΚΟ ΣΤΟ ΔΕΚΑΕΞΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΡΙΘΜΗΣΗΣ	10

1. Δεδομένα – Πληροφορία (Αναλογική, Ψηφιακή)

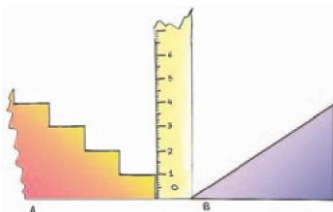
Συχνά λέγεται ότι ζούμε στην ψηφιακή εποχή. Πολλές από τις συσκευές που χρησιμοποιούμε στο σπίτι μας είναι ψηφιακές, όπως για παράδειγμα: η συσκευή αναπαραγωγής δίσκων DVD ή CD, τα ψηφιακά θερμόμετρα ή τα ψηφιακά ρολόγια.



Έχετε ποτέ αναρωτηθεί τι σημαίνει η λέξη «ψηφιακός»; Η λέξη αυτή παράγεται από τη λέξη «ψηφίο». Η λέξη «ψηφίον» στα αρχαία ελληνικά σημαίνει πετραδάκι ή χαλίκι. Από τη λέξη ψηφίο παράγεται και η λέξη ψηφιδωτό. Ένα ψηφιδωτό κατασκευάζεται από ψηφίδες, που είναι μικρές πέτρες, βαμμένες με συγκεκριμένο χρώμα η καθεμία. Έτσι, κάθε ψηφιδωτό αποτελείται από συγκεκριμένο αριθμό χρωμάτων. Σε αντίθεση με το ψηφιδωτό, μία φωτογραφία ή ένας πίνακας

ζωγραφικής αποτελείται από μεγάλο πλήθος διαφορετικών χρωμάτων και είναι πρακτικά αδύνατο να διακρίνουμε όλες τους τις αποχρώσεις. Ένα ψηφιδωτό, λοιπόν, σχηματίζεται από συγκεκριμένα χρώματα, ανάλογα με τα διαφορετικά χρώματα των ψηφίδων που έχουμε χρησιμοποιήσει.

Γενικά, με τον όρο «ψηφιακό» (digital) εννοούμε ένα σύστημα που παίρνει τιμές από μια ομάδα συγκεκριμένων τιμών. Αντίθετα, όταν ένα σύστημα είναι αναλογικό (analogue), οι τιμές που παίρνει είναι συνεχόμενες.



Για να καταλάβουμε τις παραπάνω έννοιες καλύτερα, ας κάνουμε έναν παραλληλισμό. Σε ένα ανηφορικό δρόμο το ύψος αυξάνει και παίρνει όλες

τις ενδιάμεσες τιμές από το χαμηλότερο μέχρι το υψηλότερο σημείο. Αντίθετα, σε μια σκάλα το ύψος αυξάνει, από το χαμηλότερο στο ψηλότερο σημείο, κατά το συγκεκριμένο ύψος που έχει το σκαλοπάτι. Άρα, στα πλαίσια του παραλληλισμού, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η ανηφόρα αυξάνει το ύψος αναλογικά, ενώ η σκάλα διακριτά (ψηφιακά).

Οι περισσότερες τιμές αλλάζουν αναλογικά. Για παράδειγμα, η ταχύτητα του αυτοκινήτου αλλάζει από 40 σε 60 χιλιόμετρα την ώρα παίρνοντας όλες τις ενδιάμεσες τιμές. Σκεφτείτε τι θα γινόταν, αν η τιμή της ταχύτητας άλλαζε ψηφιακά π.χ. από 40 έπαιρνε κατευθείαν την τιμή 45 και μετά κατευθείαν την τιμή 50 χιλιόμετρα την ώρα. Αν ήταν δυνατόν να συμβεί κάτι τέτοιο, τότε θα νιώθαμε απότομα τραντάγματα σε κάθε αλλαγή της ταχύτητας σαν κάποιο άλλο αυτοκίνητο να χτυπούσε το αυτοκίνητό μας. (Όσο μικρότερη βέβαια είναι η διαφορά των δυο τιμών τόσο λιγότερο αισθητή γίνεται η απότομη αλλαγή της ταχύτητας).

Μια αναλογική συσκευή που συνήθως χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση της θερμοκρασίας του σώματός μας είναι το υδραργυρικό θερμόμετρο. Η στάθμη του υδραργύρου που βρίσκεται μέσα στο θερμόμετρο, παίρνει όλες τις ενδιάμεσες τιμές, για να απεικονίσει τελικά την τρέχουσα θερμοκρασία μας. Αντίθετα το ψηφιακό θερμόμετρο δείχνει κάθε φορά ξεχωριστά (διακριτά) ψηφία αριθμών και όχι όλες τις ενδιάμεσες τιμές.

Δεν θα ήταν λοιπόν υπερβολή να πούμε ότι: **ο κόσμος μας είναι αναλογικός, αλλά η εποχή μας ψηφιακή.**

Για λόγους απλότητας αλλά και για οικονομικούς λόγους ο υπολογιστής είναι φτιαγμένος ώστε να διακρίνει μόνο 2 πιθανές καταστάσεις στα ηλεκτρονικά του κυκλώματα: περνάει ή δεν περνάει ρεύμα. Οι δύο αυτές καταστάσεις μαθηματικά απεικονίζονται με το 1 και το 0, αντίστοιχα.

Τα δυαδικά ψηφία 0 και 1 αντιστοιχούν στις δυο καταστάσεις που «αντιλαμβάνεται» ο υπολογιστής. Το δυαδικό ψηφίο, που ονομάζεται μπιτ (bit -binary digit), παίρνει τις τιμές 0 ή 1 και είναι η βασική μονάδα πληροφορίας των υπολογιστών. Τα δυαδικά ψηφία χρησιμοποιούνται για την παράσταση όλων των μορφών δεδομένων στον υπολογιστή: αριθμοί, χαρακτήρες, εικόνες, ήχοι κ.λπ. Ό,τι βλέπουμε στον υπολογιστή ή ακούμε από αυτόν ή ό,τι υπολογίζουμε με αυτόν είναι αποτέλεσμα των κατάλληλων συνδυασμών 0 και 1.

2. Κωδικοποίηση Πληροφορίας

Εκτός από τους αριθμούς ο άνθρωπος θέλει να γράφει στον υπολογιστή και κείμενα. Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο, πρέπει να γίνει αντιστοίχιση των γραμμάτων και των συμβόλων που χρησιμοποιούμε στη γραφή με ένα μοναδικό συνδυασμό των δυο συμβόλων 0 και 1. Η διαδικασία αυτής της αντιστοίχισης ονομάζεται **κωδικοποίηση**. Πριν την εμφάνιση των υπολογιστών είχε ξαναχρησιμοποιηθεί με επιτυχία μία παρόμοια κωδικοποίηση.

Το 1843 ο Σάμουελ Μορς (Samuel Morse) σχεδίασε τον κώδικα Μορς. Στον κώδικα Μορς γίνεται αντιστοίχιση των γραμμάτων, αριθμών και συμβόλων, που χρησιμοποιούμε στη γραφή με συνδυασμούς από τελείες και παύλες. Για παράδειγμα, το διεθνές μήνυμα κινδύνου ΣΟΣ (ή SOS) συμβολίζεται:

Σ	Ο	Σ
...	- - -	...

όπου οι τρεις τελείες αντιστοιχούν στο Σ και οι τρεις παύλες στο Ο. Ο κώδικας Μορς χρησιμοποιείται ακόμη και σήμερα για τη μετάδοση μηνυμάτων από απόσταση. Κατά τη μετάδοση του μηνύματος οι τελείες και οι παύλες μετατρέπονται σε στιγμιαίους ή μεγαλύτερης διάρκειας ήχους ή ακόμα και σε σήματα φωτός στιγμιαία ή μεγαλύτερης διάρκειας.

Παρόμοια τεχνική χρησιμοποίησαν και οι κατασκευαστές υπολογιστών, για να κωδικοποιήσουν τα γράμματα με 0 και 1. Για παράδειγμα, η αγγλική λέξη «BOOK» (που σημαίνει βιβλίο) στον υπολογιστή κωδικοποιείται με τα ψηφία 0 και 1, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

B	O	O	K
01000010	01001111	01001111	01001011

Ποιο είναι, όμως, το πλήθος των 0 και 1 που χρειάζονται, ώστε κάθε σύμβολο να το αντιστοιχίσουμε μοναδικά με μία ακολουθία από 0 και 1;

Η απάντηση εξαρτάται από το πόσα σύμβολα μας ενδιαφέρει να αντιστοιχίσουμε. Αν μας ενδιαφέρει να αντιστοιχίσουμε τέσσερα μόνο σύμβολα, μας αρκούν τέσσερις συνδυασμοί ($2^2=4$) των ψηφίων 0 και 1 ανά δυο. Για να αντιστοιχίσουμε οκτώ σύμβολα, απαιτούνται οκτώ ($2^3=8$) συνδυασμοί, που προκύπτουν από τα ψηφία 0 και 1 ανά τρία. Αν σκεφτούμε ανάλογα, οι συνδυασμοί των δυο ψηφίων ανά 4 μας δίνουν τη δυνατότητα να αναπαραστήσουμε 16 σύμβολα ($2^4=16$ συνδυασμούς) και ανά 5 ($2^5=$) 32 σύμβολα. Γενικά οι n συνδυασμοί των δυο ψηφίων 0 και 1 μας δίνουν τη δυνατότητα να αναπαραστήσουμε 2^n σύμβολα. Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζονται ενδεικτικά οι δυνατοί συνδυασμοί που δημιουργούνται ανάλογα με το πλήθος των ψηφίων 0 και 1 που συνδυάζουμε.

Πλήθος δυαδικών ψηφίων	Συνδυασμοί
1	$2^1 = 2$
2	$2^2 = 4$
3	$2^3 = 8$
4	$2^4 = 16$
5	$2^5 = 32$
6	$2^6 = 64$
7	$2^7 = 128$
8	$2^8 = 256$
9	$2^9 = 512$
10	$2^{10} = 1024$
...	...
k	2^k

2.1.Κωδικοποίηση ASCII.

Ο **ASCII** (**American Standard Code for Information Interchange**, Αμερικανικός Πρότυπος Κώδικας για Ανταλλαγή Πληροφοριών) είναι ένα κωδικοποιημένο σύνολο χαρακτήρων του λατινικού αλφάβητου όπως αυτό χρησιμοποιείται σήμερα στην Αγγλική γλώσσα και σε άλλες δυτικοευρωπαϊκές γλώσσες. Χρησιμοποιείται κυρίως στους υπολογιστές και άλλες συσκευές τηλεπικοινωνίας για αναπαράσταση κειμένου.

Οι εκτυπώσιμοι χαρακτήρες του ASCII (με κωδικούς από 32 μέχρι 126) είναι σε αριθμητική σειρά οι (συμπεριλαμβανομένου του κενού χαρακτήρα "space"):

```
!"#$%&'()*+,-./0123456789:;<=>?  
@ABCDEFGHIJKLMNPOQRSTUVWXYZ[\]^_  
`abcdefghijklmnopqrstuvwxyz{|}~
```

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται όλοι οι κώδικες ASCII και τα σύμβολα στα οποία αντιστοιχούν.

Αν γνωρίζουμε τον κώδικα ASCII ενός χαρακτήρα, μπορούμε να τον εμφανίσουμε με χρήση των πλήκτρων ALT+κώδικας. Π.χ. αν κρατάμε πατημένο το ALT και πληκτρολογήσουμε τον αριθμό 65 τότε θα εμφανιστεί το 'Α' επειδή το 65 αντιστοιχεί σε αυτό.

REGULAR ASCII CHART (character codes 0 – 127)

000d	00h	\	(nul)	016d	10h	▸	(dle)	032d	20h	␣	048d	30h	0	064d	40h	@	080d	50h	P	096d	60h	‘	112d	70h	p
001d	01h	Ⓢ	(soh)	017d	11h	◀	(dc1)	033d	21h	!	049d	31h	1	065d	41h	A	081d	51h	Q	097d	61h	a	113d	71h	q
002d	02h	Ⓣ	(stx)	018d	12h	‡	(dc2)	034d	22h	"	050d	32h	2	066d	42h	B	082d	52h	R	098d	62h	b	114d	72h	r
003d	03h	Ⓥ	(etx)	019d	13h	‡‡	(dc3)	035d	23h	#	051d	33h	3	067d	43h	C	083d	53h	S	099d	63h	c	115d	73h	s
004d	04h	Ⓦ	(eot)	020d	14h	‡	(dc4)	036d	24h	\$	052d	34h	4	068d	44h	D	084d	54h	T	100d	64h	d	116d	74h	t
005d	05h	Ⓧ	(enq)	021d	15h	§	(nak)	037d	25h	%	053d	35h	5	069d	45h	E	085d	55h	U	101d	65h	e	117d	75h	u
006d	06h	Ⓨ	(ack)	022d	16h	–	(syn)	038d	26h	&	054d	36h	6	070d	46h	F	086d	56h	V	102d	66h	f	118d	76h	v
007d	07h	Ⓩ	(bel)	023d	17h	‡	(etb)	039d	27h	'	055d	37h	7	071d	47h	G	087d	57h	W	103d	67h	g	119d	77h	w
008d	08h	▣	(bs)	024d	18h	†	(can)	040d	28h	(056d	38h	8	072d	48h	H	088d	58h	X	104d	68h	h	120d	78h	x
009d	09h	(tab)		025d	19h	↓	(em)	041d	29h)	057d	39h	9	073d	49h	I	089d	59h	Y	105d	69h	i	121d	79h	y
010d	0Ah	Ⓜ	(lf)	026d	1Ah	§	(eof)	042d	2Ah	*	058d	3Ah	:	074d	4Ah	J	090d	5Ah	Z	106d	6Ah	j	122d	7Ah	z
011d	0Bh	Ⓨ	(vt)	027d	1Bh	–	(esc)	043d	2Bh	+	059d	3Bh	;	075d	4Bh	K	091d	5Bh	[107d	6Bh	k	123d	7Bh	{
012d	0Ch	(np)		028d	1Ch	ℒ	(fs)	044d	2Ch	>	060d	3Ch	<	076d	4Ch	L	092d	5Ch	\	108d	6Ch	l	124d	7Ch	
013d	0Dh	Ⓩ	(cr)	029d	1Dh	–	(gs)	045d	2Dh	–	061d	3Dh	=	077d	4Dh	M	093d	5Dh]	109d	6Dh	m	125d	7Dh	}
014d	0Eh	Ⓢ	(so)	030d	1Eh	▲	(rs)	046d	2Eh	.	062d	3Eh	>	078d	4Eh	N	094d	5Eh	^	110d	6Eh	n	126d	7Eh	~
015d	0Fh	Ⓢ	(si)	031d	1Fh	▼	(us)	047d	2Fh	/	063d	3Fh	?	079d	4Fh	O	095d	5Fh	_	111d	6Fh	o	127d	7Fh	o

EXTENDED ASCII CHART (character codes 128 – 255) LATIN1/CP1252

128d	80h	€	144d	90h	Ⓜ	160d	A0h	\	176d	B0h	°	192d	C0h	À	208d	D0h	Ð	224d	E0h	à	240d	F0h	ð
129d	81h		145d	91h	‘	161d	A1h	¡	177d	B1h	±	193d	C1h	Á	209d	D1h	Ñ	225d	E1h	á	241d	F1h	ñ
130d	82h	,	146d	92h		162d	A2h	¢	178d	B2h	²	194d	C2h	Â	210d	D2h	Ò	226d	E2h	â	242d	F2h	ò
131d	83h	f	147d	93h	“	163d	A3h	£	179d	B3h	³	195d	C3h	Ã	211d	D3h	Ó	227d	E3h	ã	243d	F3h	ó
132d	84h		148d	94h	”	164d	A4h	¤	180d	B4h	´	196d	C4h	Ä	212d	D4h	Ô	228d	E4h	ä	244d	F4h	ô
133d	85h	...	149d	95h	•	165d	A5h	¥	181d	B5h	µ	197d	C5h	Å	213d	D5h	Õ	229d	E5h	å	245d	F5h	õ
134d	86h	†	150d	96h	–	166d	A6h	¦	182d	B6h	¶	198d	C6h	Æ	214d	D6h	Ö	230d	E6h	æ	246d	F6h	ö
135d	87h	‡	151d	97h	--	167d	A7h	§	183d	B7h	§	199d	C7h	Ç	215d	D7h	×	231d	E7h	ç	247d	F7h	ç
136d	88h	~	152d	98h	–	168d	A8h	¨	184d	B8h	¨	200d	C8h	È	216d	D8h	Ø	232d	E8h	è	248d	F8h	ø
137d	89h	‰	153d	99h	™	169d	A9h	©	185d	B9h	©	201d	C9h	É	217d	D9h	Ù	233d	E9h	é	249d	F9h	ù
138d	8Ah	Š	154d	9Ah	š	170d	AAh	ª	186d	BAh	ª	202d	CAh	Ê	218d	DAh	Ú	234d	EAh	ê	250d	FAh	ú
139d	8Bh	<	155d	9Bh	>	171d	ABh	«	187d	BBh	»	203d	CBh	Ë	219d	DBh	Û	235d	EBh	ë	251d	FBh	û
140d	8Ch	Ⓢ	156d	9Ch	œ	172d	ACH	¬	188d	BCh	¼	204d	CCh	Ì	220d	DCh	Ü	236d	ECh	ì	252d	FCh	ü
141d	8Dh		157d	9Dh		173d	ADh	­	189d	B Dh	½	205d	CDh	Í	221d	DDh	Ý	237d	EDh	í	253d	FDh	ý
142d	8Eh	Ž	158d	9Eh	ž	174d	A Eh	®	190d	BEh	¾	206d	CEh	Î	222d	DEh	Þ	238d	EEh	î	254d	FEh	þ
143d	8Fh		159d	9Fh	ÿ	175d	AFh	¯	191d	BFh	¿	207d	CFh	Ï	223d	DFh	ß	239d	EFh	ï	255d	FFh	ÿ

Hexadecimal to Binary

0	0000	4	0100	8	1000	C	1100
1	0001	5	0101	9	1001	D	1101
2	0010	6	0110	A	1010	E	1110
3	0011	7	0111	B	1011	F	1111

Groups of ASCII-Code in Binary

Bit 6	Bit 5	Group
0	0	Control Characters
0	1	Digits and Punctuation
1	0	Upper Case and Special
1	1	Lower Case and Special

© 2009 Michael Goerz

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-Noncommercial-Share Alike 3.0 License. To view a copy of this license, visit

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/>

Για περισσότερες πληροφορίες ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στο:

<http://el.wikipedia.org/wiki/ASCII>

2.2.Κωδικοποίηση Unicode

Στους υπολογιστές, το διεθνές πρότυπο **Unicode** στοχεύει στην κωδικοποίηση όλων των συστημάτων γραφής που χρησιμοποιούνται στον πλανήτη ώστε να γίνει δυνατή η αποθήκευση στη μνήμη ενός υπολογιστή το κείμενο μιας οποιασδήποτε γλώσσας συμπεριλαμβανομένων και συμβόλων επιστημών, όπως μαθηματικά, φυσική ακόμα και η μουσική. Η καθιέρωση του Unicode είναι ένα φιλόδοξο σχέδιο αφού σκοπεύει να αντικαταστήσει όλες τις υπάρχουσες κωδικοποιήσεις συνόλων χαρακτήρων, οι οποίες έχουν περιορισμούς που τις καθιστούν προβληματικές για χρήση σε πολυγλωσσικά υπολογιστικά συστήματα.

Παρά τα τεχνικά προβλήματα που έχουν παρουσιαστεί το Unicode έχει καθιερωθεί σαν το πιο πλήρες σύνολο χαρακτήρων και σαν η προτιμότερη κωδικοποίηση σε πολυγλωσσικό λογισμικό. Πολλά πρόσφατα πρότυπα όπως το XML, καθώς και λογισμικό συστήματος όπως λειτουργικά συστήματα, προγράμματα ανταλλαγής email έχουν υιοθετήσει το Unicode για να αναπαριστούν εσωτερικά κείμενο.

Για περισσότερες πληροφορίες ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στο:

<http://el.wikipedia.org/wiki/Unicode>

3. Συστήματα Αρίθμησης – Το Δεκαδικό

Το Δεκαδικό Σύστημα αρίθμησης πήρε το όνομά του από τα 10 σύμβολα-ψηφία που χρησιμοποιεί (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) και μας είναι ιδιαίτερα γνώριμο καθώς σε αυτό κάνουμε υπολογισμούς από το Δημοτικό. Αυτό που πρέπει να καταλάβουμε είναι τις αρχές του οι οποίες ισχύουν για οποιοδήποτε σύστημα αρίθμησης (δυαδικό, οκταδικό, δεκαεξαδικό). Σε όλα τα συστήματα ισχύουν οι ίδιες αρχές απλά έχουμε συνηθίσει στο δεκαδικό και γι' αυτό η μετάβαση σε άλλο σύστημα αρίθμησης μας ξενίζει λίγο.

Για να δούμε έναν αριθμό γραμμένο σε δεκαδικό σύστημα αρίθμησης:

523

Ο αριθμός αυτός έχει 3 ψηφία: 5, 2 και 3. Προφανώς αν τα ίδια ψηφία γραφτούν με άλλη σειρά ο αριθμός αλλάζει (532, 253, 235, 352, 325). Αυτό σημαίνει ότι το κάθε ψηφίο αποκτά άλλη αξία (δύναμη) ανάλογα με τη θέση που καταλαμβάνει μέσα στον αριθμό. Μάλιστα η αξία του ψηφίου αυξάνεται όσο πιο αριστερά βρίσκεται ενώ αντίθετα μειώνεται στα δεξιά. Για την ακρίβεια το 3 είναι οι μονάδες, το 2 οι δεκάδες και το 5 οι εκατοντάδες. Με λίγα λόγια κάθε ψηφίο είναι 10 φορές πιο «δυνατό» από το ψηφίο στα δεξιά του.

Μάλιστα θα μπορούσαμε να γράψουμε το εξής (τα ψηφία από δεξιά προς τα αριστερά):

$$523 = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 100$$

Ή ακόμα καλύτερα (με αυξανόμενες δυνάμεις του 10):

$$523 = 3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^2$$

4. Το Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης (μετατροπή στο δεκαδικό)

Οι δυαδικοί αριθμοί (binary numbers) έχουν δύο ψηφία: 0 και 1. Ειδικά όταν μιλάμε για υπολογιστές, δίκτυα κλπ οι δυαδικοί αριθμοί ονομάζονται bit (από τις λέξεις **b**inary **d**igit).

Η ίδια ακριβώς αρχή όπως στους δεκαδικούς ισχύει και για τους δυαδικούς αριθμούς. Ας πάμε κατευθείαν να υπολογίσουμε τον δυαδικό αριθμό 10011010:

$$\begin{aligned} (10011010)_2 &= 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^7 = \\ &= 0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 16 + 0 \cdot 32 + 0 \cdot 64 + 1 \cdot 128 = \\ &= 2 + 8 + 16 + 128 = 154 \end{aligned}$$

Με λίγα λόγια αναπτύξαμε τα ψηφία του δυαδικού αριθμού με αντίστροφη σειρά πολλαπλασιάζοντάς τα με αυξανόμενες δυνάμεις του 2 και προσθέτοντας αυτά τα γινόμενα. Είναι μια καλή ευκαιρία να ρίξετε και πάλι μια ματιά στο δεκαδικό σύστημα για να δείτε τις ομοιότητες.

Για ευκολία μπορείτε να χρησιμοποιήσετε και την εξής διαδικασία για να υπολογίσετε έναν δυαδικό αριθμό:

➤ **Βήμα 1:** Έχετε το δυαδικό 101010 και θέλετε να το μετατρέψετε σε δεκαδικό.

➤ **Βήμα 2:** Γράψτε τα ψηφία του οριζόντια σε έναν πίνακα με 3 γραμμές αρχίζοντας από δεξιά προς τα αριστερά δηλαδή:

0	1	0	1	0	1

➤ **Βήμα 3:** Στη δεύτερη γραμμή ξεκινώντας από το 1 διπλασιάζουμε τον αριθμό που γράφουμε.

0	1	0	1	0	1
1	2	4	8	16	32

➤ **Βήμα 4:** Για κάθε 1 της πρώτης γραμμής σημειώνουμε τον αριθμό στη δεύτερη γραμμή και τον ξαναγράφουμε στην τρίτη γραμμή. Στο παράδειγμά μας έχουμε μονάδες έχουμε στις στήλες 2, 4 και 6 άρα:

0	1	0	1	0	1
1	2	4	8	16	32
	2		8		32

➤ **Βήμα 5:** Προσθέτουμε τους αριθμούς της τρίτης γραμμής που είναι και το τελικό μας αποτέλεσμα:

$$2 + 8 + 32 = 42$$

$$\text{Οπότε: } (101010)_2 = (42)_{10}$$

Μπορείτε να χρησιμοποιείται οποιονδήποτε από τους δύο παραπάνω τρόπους μετατροπής ενός δυαδικού αριθμού στον αντίστοιχο δεκαδικό του.

4.1.Μετατροπή από το Δεκαδικό στο Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

Προκειμένου να μετατρέψουμε έναν δεκαδικό αριθμό στον αντίστοιχο δυαδικό του πρέπει να εκτελέσουμε διαδοχικές διαιρέσεις με το 2.

Για την μετατροπή σχεδιάζουμε μία κάθετη γραμμή. Αριστερά γράφουμε τον ακέραιο στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης που θέλουμε να μετατρέψουμε στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης. Ο προς μετατροπή ακέραιος αριθμός διαιρείται με το 2 και το πηλίκο (χωρίς το δεκαδικό του μέρος) γράφεται ακριβώς από κάτω. Αυτό συνεχίζεται έως ότου φτάσουμε στον αριθμό 1. Για παράδειγμα, ο αριθμός 1492. Αν διαιρεθεί με το 2 παίρνουμε 746. Το 746 διαιρεμένο με το 2 μας δίνει 373. Το 373 διαιρεμένο με το 2 μας δίνει 186,5. Είπαμε όμως ότι το δεκαδικά μέρος αγνοείται, οπότε γράφουμε 186. Συνεχίζοντας την παραπάνω διαδικασία παίρνουμε το εξής αποτέλεσμα. Θυμηθείτε ότι σταματάμε

όταν φτάσουμε στον αριθμό 1.

Πηλίκα	Υπόλοιπα
1492	
746	
373	
186	
93	
46	
23	
11	
5	
2	
1	

Τώρα δεν μένει παρά να συμπληρώσουμε το δεξί μέρος από την γραμμή που σχεδιάσαμε. Για να γίνει αυτό πρέπει δίπλα από κάθε αριθμό στο αριστερό μέρος να γράφουμε 0 ή 1 όταν αντίστοιχα έχουμε άρτιο ή περιττό αριθμό. Στο παραπάνω παράδειγμα, δίπλα από τον αριθμό 1492 γράφουμε 0, εφόσον είναι άρτιος αριθμός. Αντίστοιχα, για τον ίδιο λόγο δίπλα από τον αριθμό 746 γράφουμε επίσης 0. Δίπλα από τον 373 γράφουμε 1 διότι ο 373 είναι περιττός. Αν ακολουθήσουμε την διαδικασία που μόλις περιγράψαμε, θα πάρουμε το παρακάτω αποτέλεσμα.

Πηλίκα	Υπόλοιπα
1492	0
746	0
373	1
186	0
93	1
46	0
23	1
11	1
5	1
2	0
1	1

Το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας θα είναι δύο στήλες αριθμών, των πηλίκων και των υπολοίπων. Ο δυαδικός αριθμός μπορεί τώρα να διαβαστεί απευθείας από τη στήλη των υπολοίπων, ξεκινώντας από κάτω προς τα πάνω. Δηλαδή ο αριθμός 1492 στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης είναι ο αριθμός

10111010100 στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης και γράφουμε:

$$(10111010100)_2 = (1492)_{10}$$

5. Δεκαεξαδικό Σύστημα Αρίθμησης

Στο δεκαδικό σύστημα τα ψηφία μας είναι τα 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ενώ αντίστοιχα στο δυαδικό είδαμε ότι χρησιμοποιούμε μόνο τα ψηφία 0, 1.

Στο δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης χρειαζόμαστε 16 ψηφία. Έτσι, επειδή δεν έχουμε στη διάθεσή μας πάνω από 10 χρησιμοποιούμε τα πρώτα 6 γράμματα του αλφαβήτου. Συγκεκριμένα:

$$\text{δεκαεξαδικά ψηφία} := \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$$

Προφανώς για τα 6 τελευταία ψηφία ισχύει:

$$A_{(16)} = 10_{(10)}$$

$$B_{(16)} = 11_{(10)}$$

$$C_{(16)} = 12_{(10)}$$

$$D_{(16)} = 13_{(10)}$$

$$E_{(16)} = 14_{(10)}$$

$$F_{(16)} = 15_{(10)}$$

Μπορούμε να κάνουμε μετατροπή του δεκαεξαδικού συστήματος αρίθμησης από και προς το δεκαδικό¹, όμως συνήθως μας χρειάζεται η μετατροπή μεταξύ δυαδικού και δεκαεξαδικού. Ο λόγος ύπαρξης του δεκαεξαδικού συστήματος αρίθμησης είναι για να γράφουμε με συντομότερο τρόπο και γρήγορα δυαδικούς αριθμούς. Π.χ. οι φυσικές διευθύνσεις (mac address) των καρτών Ethernet έχουν μια μορφή: 05:18:eb:d2:f5:e3. Οι τελείες ανά δύο δεκαεξαδικά ψηφία χρησιμοποιούνται για την περαιτέρω διευκόλυνση της ανάγνωσης του αριθμού.

Για αυτό το λόγο θα εστιάσουμε στην μετατροπή από και προς τους δυαδικούς.

Η μετατροπή μεταξύ δεκαεξαδικών και δυαδικών αριθμών είναι ιδιαίτερα εύκολη υπόθεση αν μάθουμε τους πρώτους 16 δυαδικούς αριθμούς. Ο παρακάτω πίνακας μας δίνει την δυαδική αναπαράσταση όλων των δεκαεξαδικών ψηφίων.

¹ Διαιρώντας ή πολλαπλασιάζοντας αντίστοιχα με το 10 όπως ακριβώς κάναμε μεταξύ δεκαδικού και δυαδικού.

Δεκαεξαδικός	Δυαδικός	Δεκαεξαδικός	Δυαδικός
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Πίνακας 1: Η δυαδική αναπαράσταση των δεκαεξαδικών ψηφίων.

Αυτό που πρέπει να παρατηρήσετε είναι ότι οι δυαδικοί αριθμοί γράφονται με 4 ψηφία. Αυτό δεν είναι καθόλου τυχαίο, καθώς $2^4 = 16$ και οπότε 4 δυαδικά ψηφία χρειάζονται για την αναπαράσταση οποιουδήποτε δεκαεξαδικού.

5.1. Μετατροπή από το Δεκαεξαδικό στο Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

Έστω ο δεκαεξαδικός 05:18:eb:d2:f5:e3. Κοιτώντας τον πίνακα 1 μπορούμε να αντικαταστήσουμε απευθείας κάθε δεκαεξαδικό ψηφίο με τα αντίστοιχα 4 δυαδικά του.

Οπότε,

$$05:18:eb:d2:f5:e3 = 0000101:00011000:11101011:11010010:11110101:11100011$$

Μάλλον είναι προφανές γιατί προτιμάμε την δεκαεξαδική γραφή των αριθμών από την αντίστοιχη δυαδική.

5.2. Μετατροπή από το Δυαδικό στο Δεκαεξαδικό Σύστημα Αρίθμησης

Για να μετατρέψουμε έναν δυαδικό αριθμό στον αντίστοιχο δεκαεξαδικό του τον χωρίζουμε από δεξιά προς τα αριστερά ανά τέσσερα ψηφία. Αν τα τελευταία ψηφία δεν επαρκούν για να σχηματίσουν 4άδα απλά προσθέτουμε όσα μηδενικά χρειάζονται για αυτό το σκοπό.

Π.χ. ο δυαδικός

$$101\ 00011000\ 11101011\ 11010010\ 11110101\ 11100011$$

Αν χωριστεί (από δεξιά προς τα αριστερά) ανά 4 παίρνουμε:

$$101\ | \ 0001\ | \ 1000\ | \ 1110\ | \ 1011\ | \ 1101\ | \ 0010\ | \ 1111\ | \ 0101\ | \ 1110\ | \ 0011$$

Στο 101 προσθέτω ένα μηδενικό ώστε να πάρω τελικά:

$$0101\ | \ 0001\ | \ 1000\ | \ 1110\ | \ 1011\ | \ 1101\ | \ 0010\ | \ 1111\ | \ 0101\ | \ 1110\ | \ 0011$$

Και έτσι από τον πίνακα 1 παίρνω:

$$5\ | \ 1\ | \ 8\ | \ e\ | \ b\ | \ d\ | \ 2\ | \ f\ | \ 5\ | \ e\ | \ 3$$

Δηλαδή: 5:18:eb:d2:f5:e3